

# Закон продуктивности землетрясений

П.Н. Шебалин<sup>1,2</sup>, С.В. Баранов<sup>3</sup>, И.А. Воробьева<sup>1,2</sup>

(1) *Институт теории прогноза землетрясений  
и математической геофизики РАН, Москва*

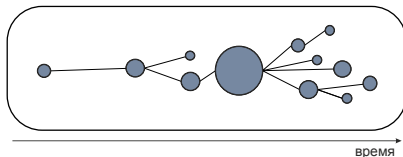
(2) *Геофизический центр РАН, Москва*

(3) *Кольский филиал ФИЦ Единая геофизическая служба РАН, Апатиты*



## Группирование сейсмичности

Сейсмичность сильно группирована в пространстве и времени: зависимые события составляют около половины всех землетрясений. Преобладает статический триггеринг за счет перераспределения напряжений, но динамический триггеринг тоже возможен.



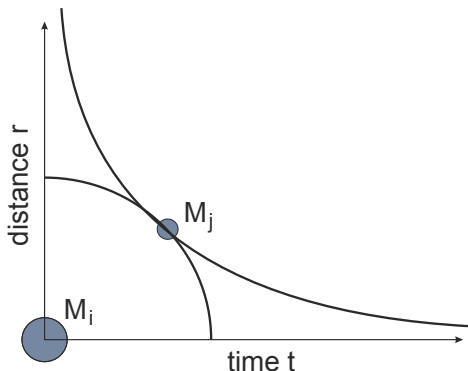
Удобно считать, что триггером зависимого землетрясения может являться только одно землетрясение.

Если определить в пространстве-времени-магнитуде меру связи между землетрясениями, то сейсмичность может быть представлена деревьями связей между „ближайшими соседями“.

Каждое „дерево“ - кластер взаимосвязанных событий.

В каждом „дереве“ любое событие имеет ровно одного „родителя“.  
События, не имеющие „родителя“ (значение меры выше порога), - фоновые

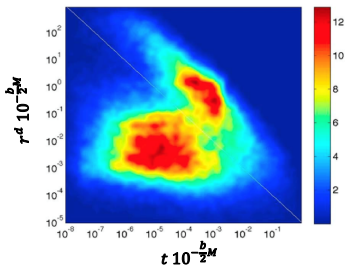
## Мера связи землетрясений - функция близости $\eta$



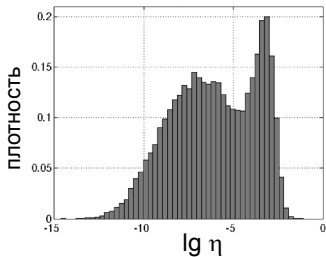
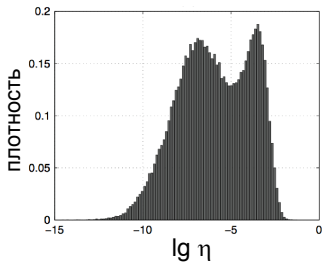
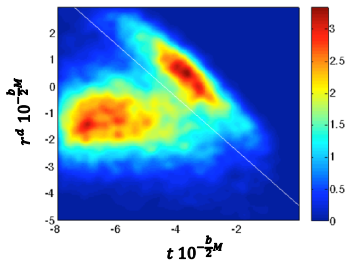
Время всегда направлено:  $\eta_{ij} = \infty$ , если  $t_i > t_j$   
 Frohlich, Davis, 1990:  $\eta_{ij} = \sqrt{r^2 + Ct^2}$ ,  $C=1$  км/сут.  
 Baiesi, Paczusky, 2004:  $\eta_{ij} = r^d t 10^{-bM_i}$

## Распределение функции $\eta$ ближайших соседей

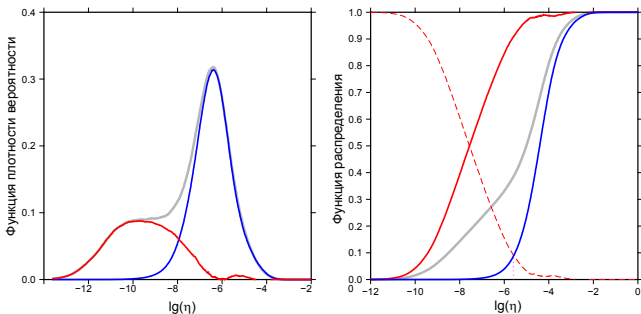
California,  $M \geq 2$



ETAS model



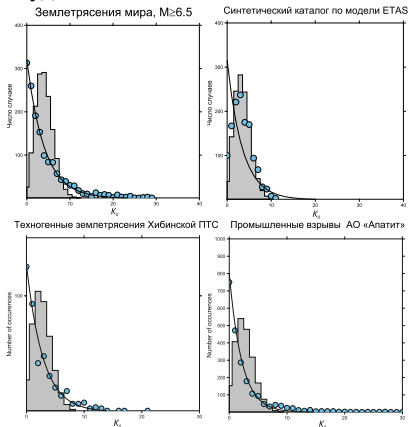
## Определение порога для меры близости



Для определения порога  $\eta_0$  мы перемешиваем времена в каталоге землетрясений предварительно грубо исключив афтершоки, и строим распределение расстояний до ближайшего соседа. Затем это распределение с подбираемым коэффициентом (синяя кривая) вычитается из оригинального распределения. Разность принимается за распределение для связанных событий (красная кривая). Порог  $\eta_0$  выбирается так, чтобы совпадали доли неверно определенных связанных и независимых событий.

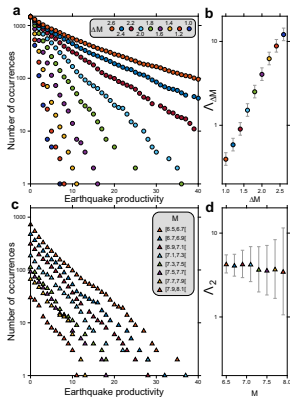
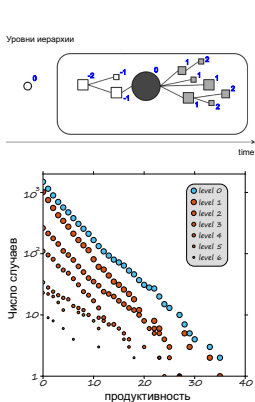
## Распределение продуктивности

$\Delta M$ -продуктивность землетрясения с магнитудой  $M$  – число „потомков“ с магнитудой  $\geq M - \Delta M$



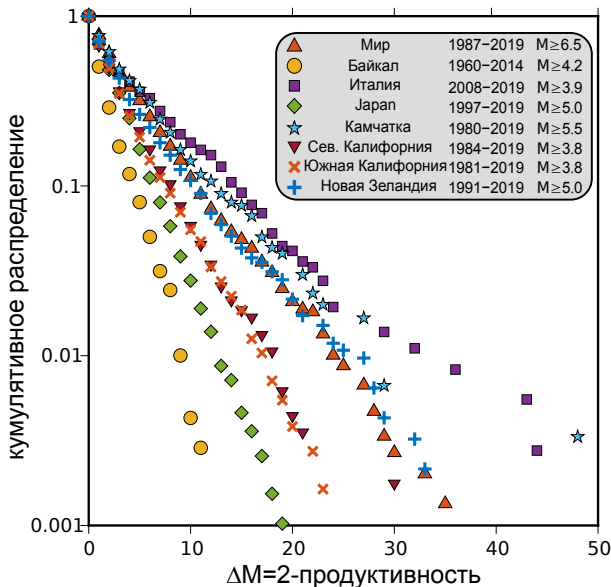
Распределение имеет экспоненциальную форму, а не ожидаемое распределение Пуассона

## Продуктивность для разных уровней иерархии и магнитуд



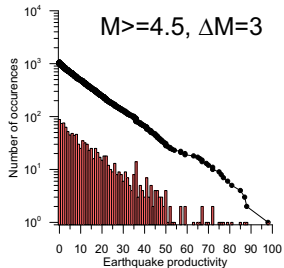
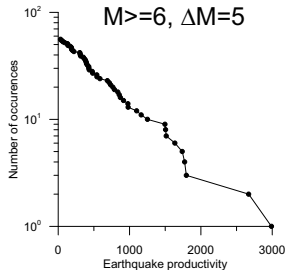
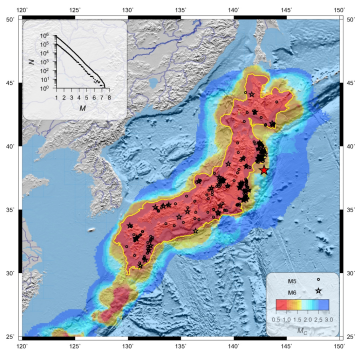
Приблизительное равенство параметра экспоненциального распределения для разных уровней иерархии и разных магнитуд делает усредненную продуктивность всех землетрясений в некотором пространственно-временном объеме универсальным параметром, характеризующим степень группировки землетрясений

## Продуктивность в разных регионах





## Продуктивность при больших $\Delta M$



## Модификация модели ETAS Epidemic type earthquake sequense

$$\text{Закон Омори-Утсу: } \lambda(t) = \frac{K}{(t+c)^p}$$

$$\text{Предположение Утсу: } K = K_0 10^{\alpha M}$$

$$\text{Модель ETAS: } \lambda(t) = \mu + K_0 \sum_{i:t_i < t} \frac{10^{\alpha(M_i - M_c)}}{(t - t_i + c)^p}$$

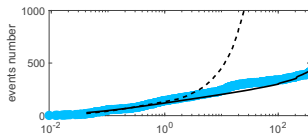
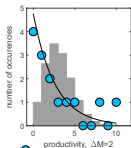
$$\text{Изотропная модель ETAS: } \lambda(t, x, y) = \mu + K_0 \sum_{i:t_i < t} \frac{10^{\alpha(M_i - M_c)}}{(t - t_i + c)^p (x^2 + y^2 + d)^q}$$

Модель ETAS-е:

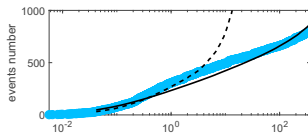
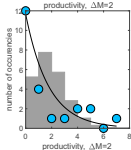
$K$  - случайная величина, имеющая экспоненциальное распределение.

## Распределение продуктивности для афтершоковых серий и прогноз

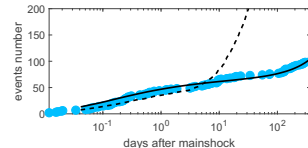
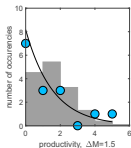
Мауле, Чили,  
27.02.2010,  
Mw=8.8



Тохоку, Япония,  
11.03.2011,  
Mw=9.2

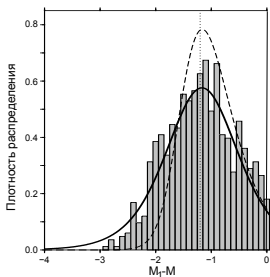


Суматра,  
Индонезия,  
11.04.2012,  
Mw=8.6



Распределение продуктивности (слева) и оценка кумулятивного числа афтершоков на основе оценки параметров серий афтершоков за первые 2 суток (справа). Модель ETAS сильно завышает оценку опасности афтершоков, модель ETAS-дает хороший прогноз.

## Форма закона Бота



Распределение разности  $M1-M$  хорошо объясняется комбинацией формулы Вере-Джонса  $F(M1 - M < m) = Ce^{-\Lambda e^{-\beta(M1-M-m)}}$  и экспоненциального распределения продуктивности.

Это дает распределение логистического типа, близкого по форме к нормальному:

$$F(M1 < m) = C \frac{1}{1 + \Lambda_2 10^{-b(m-M+2)}}$$

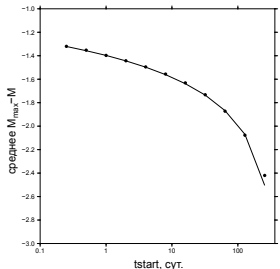
# Динамический закон Бота

Формула

$$F(M1 < m) = C \frac{1}{1 + \Lambda_2 10^{-b(m-M+2)}}$$

дает возможность построить распределение магнитуды афтершока, сильнеешего на любом интервале времени.

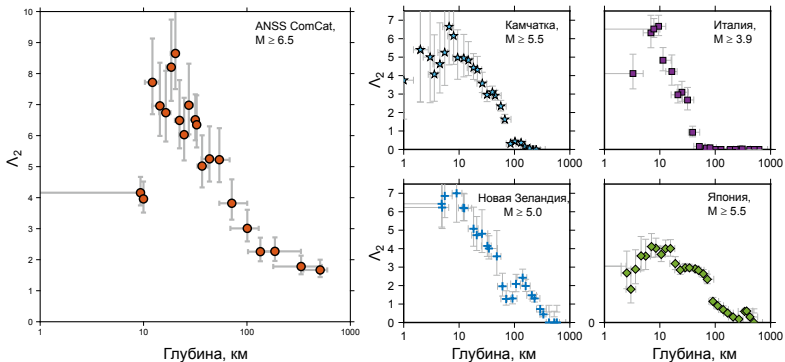
Для этого достаточно оценить ожидаемое число афтершоков в этой интервале и подставить в формулу.



(Израиель, Шейбаран, Физика Земли, 2018)

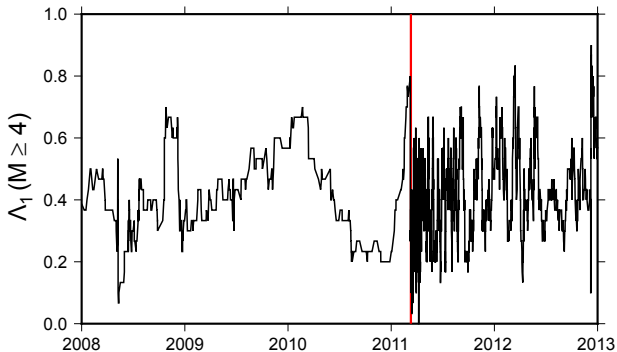
Теоретические оценки хорошо совпали с наблюдением.

## Зависимость средней продуктивности от глубины



Независимость распределения *дельта*-продуктивности от магнитуды триггеров позволяет усреднять эту величину по всем магнитудам

## Рост $\Lambda_2$ перед землетрясением Тохоку 11.04.2011, $M=9.1$



В данной задаче продуктивность подсчитывалась в окне 10 сут.  
Средняя дельта-продуктивность определялась в скользящем окне 30 землетрясений магнитуды  $M \geq 4$  и значением  $\Delta M = 1.0$

## ВЫВОДЫ

- Каждому землетрясению соответствует „продуктивность“ – число инициированных им событий магнитуды выше порога, определяемого относительно магнитуды землетрясения.
- Продуктивность землетрясений, аналогично магнитуде, имеет экспоненциальное распределение. Этот вид распределения сохраняется при большой разности магнитуды землетрясения-триггера и инициированных событий.
- Полученные результаты опровергают один из постулатов модели ETAS о том, что продуктивность – параметр модели. Стало ясно, почему прогнозы по ETAS часто завышены. Предложен простой способ исправить модель.
- Экспоненциальное распределение продуктивности дает объяснение форме закона Бота и дает теоретическое обоснование динамическому закону Бота.
- Средняя продуктивность, детально определяемая по слабым землетрясениям, может давать важную информацию о состоянии среды.